**Підготовка до ЗНО з математики**

**Тема: Арифметична та геометрична прогресія**

1) Арифметична прогресія (далі а.п.) – така послідовність, кожен член якої, починаючи з другого, утворюється додаванням до попереднього одного й того ж числа.

Це число – різниця а.п., позначається d.

5; 4,9; 4,8; 4,7… - а.п., перший член а1 = 5;

а2 = 4,9; а3 = 4,8;…; d = а2 – а1 = а3 – а2 = …=4,9 – 5 = - 0,1.

an = a1 + d (n – 1)

– формула n-го члена а.п, n – номер члена.

Для розглянутої a.п знайдемо десятий член:

а10 = 5 + (-0,1) (10 – 1) = 5 – 0,9 = 4,1

Приклади №1. В а.п. а1 = 28, а21 = -52. Знайти різницю а21 = а1 + d (21 – 1);

-52 = 28 + 20d; 20d = -80, d = -4

№2. В а.п. а1 = 28, 32; d = -0,12. Знайти перший від’ємний член цієї прогресії.

аn = 28,32 – 0,12 237 = - 0,12

або - формули суми n перших

Sn =

Sn =

членів а.п.

Приклади №3. Знайти суму всіх натуральних чисел від 20 до 99 включно.

Ці числа утворюють а.п., в якій а1 = 20; d = 1, an = 99. Знайдемо *n* за формулою *n*-го члена: аn = a1 + d (n – 1), 99 = 20 + 1 (n – 1); 99 = n + 19, n = 80

Шукана сума – це S80, S80 =.

№4 Щоб заасфальтувати ділянку завдовжки 117 м, використовують два котки, встановлені на протилежних кінцях ділянки. За першу хвилину перший коток пройшов 1 м, а за кожну наступну – на 0,5 м більше, ніж за попередню. Другий коток за кожну хвилину проходив 6 м. Через скільки хвилин вони зустрінуться, якщо працювати почали одночасно?

Нехай зустрінуться через *х* хвилин, ІІ за цей час пройде 6*х* м. Шлях І шукаємо як суму *х* перших членів а.п., в якій а1 = 1, d = 0,5, n = x :

Разом вони подолали 117 м, тому

х1 = 12; х2 = - 39 – не задовольняє умову. Отже, котки зустрінуться через 12 хв.

2) Геометрична прогресія (г.п.) – послідовність, в якій перший член відмінний від нуля, а інші утворюються множенням попереднього члена на одне й те ж відмінне від нуля число.

Це число – знаменник г.п., позначають *q*.

8; -4; 2; -1; ; … - г.п., в якій *в*1 – 8, *в*2 = = - 4; *в*3 = 2; … *q* =

*в*n = *в*1

- формула n-го члена г.п. Для розглянутої прогресії знайдемо

восьмий член:

*в*8 =

Приклади №5 В г.п. *в*5 = 27, *в*8 = 1. Знайти *в*3.

І спосіб : За формулою n-го члена г.п. *в*5 = *в*1 ;

*в*8 = *в*1 , звідки : 27 = *в*1 , *в*1 = і 1 = *в*1 *q*7, *в*1 = . Отже, *в*1 = 27 :

*в*3 = *в*1

ІІ спосіб : Для того, щоб з *в5* отримати *в*8 потрібно на *q* множити три рази і тоді

*в*8 = *в*5 , . Далі як в І способі.

№6 З однієї бактерії за 30 хвилин утворюється дві, кожна з яких за 30 хвилин ділиться навпіл і т.д. Скільки бактерій буде з однієї через добу?

Sn =

або - формули суми *n* перших

Sn =

членів г.п.

3) Нескінчено спадна г.п. – це така г.п., в якій . Для такої прогресії можна знайти не тільки суму n перших членів, але й суму всіх її членів за формулою

S =

Приклади №7. Обчислити:

тому даний вираз є сумою г.п., в якій *в*1 = 32, *q* = , тому

Маємо послідовність: 1; 2; 22; 23;… - г.п., в якій *в*1 = 1, *q = 2*

Через добу (48 разів по півгодині) утворюється 49-ий член цієї прогресії, його й треба знайти: *в*49 = *в*1 *q*48 = 1 248 = 248/

Додому: розв’язати з посібника ЗНО: 21.3; 21.4; 21.7; 21.9; 21.12; 21.18; 21.20; 21.26; 21.34; 21.35; 21.38.