**Підготовка до ЗНО з математики**

**Тема: Арифметична та геометрична прогресія**

1) Арифметична прогресія (далі а.п.) – така послідовність, кожен член якої, починаючи з другого, утворюється додаванням до попереднього одного й того ж числа.

Це число – різниця а.п., позначається d.

5; 4,9; 4,8; 4,7… - а.п., перший член а1 = 5;

а2 = 4,9; а3 = 4,8;…; d = а2 – а1 = а3 – а2 = …=4,9 – 5 = - 0,1.

an = a1 + d (n – 1)

 – формула n-го члена а.п, n – номер члена.

Для розглянутої a.п знайдемо десятий член:

а10 = 5 + (-0,1) $∙$ (10 – 1) = 5 – 0,9 = 4,1

Приклади №1. В а.п. а1 = 28, а21 = -52. Знайти різницю а21 = а1 + d $∙$ (21 – 1);

-52 = 28 + 20d; 20d = -80, d = -4

№2. В а.п. а1 = 28, 32; d = -0,12. Знайти перший від’ємний член цієї прогресії.

аn = 28,32 – 0,12 $∙$ 237 = - 0,12

 або - формули суми n перших

Sn = $\frac{2a\_{1}+d(n-1)}{2}∙n$

Sn =$\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2} ∙n$

 членів а.п.

Приклади №3. Знайти суму всіх натуральних чисел від 20 до 99 включно.

Ці числа утворюють а.п., в якій а1 = 20; d = 1, an = 99. Знайдемо *n* за формулою *n*-го члена: аn = a1 + d (n – 1), 99 = 20 + 1 $∙$ (n – 1); 99 = n + 19, n = 80

Шукана сума – це S80, S80 =$\frac{20+99}{2}∙80=119∙40=4760$.

№4 Щоб заасфальтувати ділянку завдовжки 117 м, використовують два котки, встановлені на протилежних кінцях ділянки. За першу хвилину перший коток пройшов 1 м, а за кожну наступну – на 0,5 м більше, ніж за попередню. Другий коток за кожну хвилину проходив 6 м. Через скільки хвилин вони зустрінуться, якщо працювати почали одночасно?

Нехай зустрінуться через *х* хвилин, ІІ за цей час пройде 6*х* м. Шлях І шукаємо як суму *х* перших членів а.п., в якій а1 = 1, d = 0,5, n = x :

$S\_{n}=\frac{2∙1+0,5∙(x-1)}{2}∙x=\frac{\left(0,5x+1,5\right)∙x}{2}=\frac{0,5x^{2}+1,5x}{2}$

Разом вони подолали 117 м, тому $6х+\frac{0,5х^{2}+1,5х}{2}=117;$

$12х+0,5х^{2}+1,5х=234;$ $х^{2}+3х+24х=468;$ $х^{2}+27х-468=0$

х1 = 12; х2 = - 39 – не задовольняє умову. Отже, котки зустрінуться через 12 хв.

2) Геометрична прогресія (г.п.) – послідовність, в якій перший член відмінний від нуля, а інші утворюються множенням попереднього члена на одне й те ж відмінне від нуля число.

Це число – знаменник г.п., позначають *q*.

8; -4; 2; -1; $\frac{1}{2}$; … - г.п., в якій *в*1 – 8, *в*2 = = - 4; *в*3 = 2; … *q* = $\frac{в\_{2}}{в\_{1}}=\frac{в\_{3}}{в\_{2}}=…=\frac{-4}{8}=-\frac{1}{2}$

*в*n = *в*1$ ∙$$q^{n-1}$

 - формула n-го члена г.п. Для розглянутої прогресії знайдемо

 восьмий член:

*в*8 = $8∙\left(\frac{1}{2}\right)^{7}=8∙\left(-\frac{1}{128}\right)=-\frac{1}{16}$

Приклади №5 В г.п. *в*5 = 27, *в*8 = 1. Знайти *в*3.

І спосіб : За формулою n-го члена г.п. *в*5 = *в*1 $∙$ $q^{4}$;

*в*8 = *в*1$ ∙$ $q^{7}$, звідки : 27 = *в*1 $∙$ $q^{4}$, *в*1 = $\frac{27}{q^{4}}$ і 1 = *в*1 $∙$ *q*7, *в*1 = $\frac{1}{q^{7}}$. Отже, $\frac{27}{q^{4}}=\frac{1}{q^{7}};27q^{7}=q^{4}, 27q^{3}=1, q^{3}=\frac{1}{27}, q=\frac{1}{3}, тоді $ *в*1 = 27 : $(\frac{1}{3})^{4}=27∙81=2187, $

*в*3 = *в*1 $∙$ $q^{2}=2187∙\left(\frac{1}{3}\right)^{2}=243$

ІІ спосіб : Для того, щоб з *в5* отримати *в*8 потрібно на *q* множити три рази і тоді

*в*8 = *в*5 $∙$ $q^{3}$, $q^{3}= \frac{1}{27}, q= \frac{1}{3}$. Далі як в І способі.

№6 З однієї бактерії за 30 хвилин утворюється дві, кожна з яких за 30 хвилин ділиться навпіл і т.д. Скільки бактерій буде з однієї через добу?

Sn = $\frac{в\_{1}(q^{n}-1)}{q-1}$

 або - формули суми *n* перших

Sn = $\frac{в\_{1}-в\_{n}q}{1-q}$

 членів г.п.

3) Нескінчено спадна г.п. – це така г.п., в якій $\left|q\right|<1$. Для такої прогресії можна знайти не тільки суму n перших членів, але й суму всіх її членів за формулою

S = $\frac{в\_{1}}{1-q}$

Приклади №7. Обчислити: $32-\frac{96}{5}+\frac{288}{25}-\frac{864}{125}+…-\frac{96}{5} :32=-\frac{3}{5};$

$\frac{288}{25} : \left(-\frac{96}{5}\right)=-\frac{3}{5};… ,$ тому даний вираз є сумою г.п., в якій *в*1 = 32, *q* = $-\frac{3}{5}, \left|q\right|<1$, тому $S=\frac{в\_{1}}{1-q}=\frac{32}{1+\frac{3}{5}}=20.$

Маємо послідовність: 1; 2; 22; 23;… - г.п., в якій *в*1 = 1, *q = 2*

Через добу (48 разів по півгодині) утворюється 49-ий член цієї прогресії, його й треба знайти: *в*49 = *в*1 $∙$ *q*48 = 1$ ∙$ 248 = 248/

Додому: розв’язати з посібника ЗНО: 21.3; 21.4; 21.7; 21.9; 21.12; 21.18; 21.20; 21.26; 21.34; 21.35; 21.38.